

# Análise Numérica Utilizando o Método das Grelhas e Elementos Finitos: Estudo de Caso Abrangendo Aspectos Estruturais

*Numerical analysis using grid and finite element method: Case study covering structural aspects*

**Guilherme Coelho Fava**<sup>1</sup>  [orcid.org/0000-0002-2821-7717](https://orcid.org/0000-0002-2821-7717)

**Sávio Aparecido dos Santos Pereira**<sup>1</sup>  [orcid.org/0000-0001-6814-8026](https://orcid.org/0000-0001-6814-8026)

**Thiago Augusto Mendes**<sup>1,2</sup>  [orcid.org/0000-0001-6910-5722](https://orcid.org/0000-0001-6910-5722)

**Murilo Meiron Pádua Soares**<sup>1,2</sup>  [orcid.org/0000-0002-1158-9661](https://orcid.org/0000-0002-1158-9661)

<sup>1</sup> Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Aparecida de Goiânia, Brasil,

<sup>2</sup> Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia, Brasil,

**E-mail do autor principal: Sávio Aparecido dos Santos Pereira** [savioaparecido1@gmail.com](mailto:savioaparecido1@gmail.com)

## Resumo

O avanço tecnológico acarretou o desenvolvimento de programas computacionais com alta capacidade representativa da realidade das estruturas de concreto armado. Cada *software* apresenta particularidades decorrentes dos diferentes métodos matemáticos empregados em seus algoritmos, de modo que apresentam resultados distintos quanto as tensões, deformações e deslocamentos das estruturas. Este artigo avaliou aspectos estruturais das lajes do pavimento tipo de uma habitação coletiva composta por quinze pavimentos tipo, considerando duas análises numéricas distintas (método das grelhas e dos elementos finitos, MEF), utilizando os *softwares* SAP2000 V14® e Eberick V8®, respectivamente. Foram avaliados os momentos positivos e negativos máximos, flechas máximas, tempo de processamento e número de nós gerados para posteriormente, efetuar a comparação quantitativa e qualitativa entre os métodos, bem como os orçamentos provenientes de cada dimensionamento. Com relação aos resultados obtidos, o ganho e o tempo computacional entre os métodos utilizados foram pouco expressivos, porém, o MEF proporcionou menores quantitativos, com significativa redução de aço para as lajes. Dessa forma, apesar da segurança estrutural ter sido avaliada e alcançada para ambos os métodos utilizados, o artigo evidencia que o MEF é preferível ao método das grelhas, considerando principalmente a redução de gastos proporcionada para o projeto utilizado no estudo de caso.

**Palavras-Chave:** Concreto armado; Análise estrutural; Análise computacional; Modelagem;

## Abstract

*Technological advancement has led to the development of computer programs with great capacity to represent the reality of reinforced concrete structures. Each software has particularities resulting*

*from the different mathematical methods used in its algorithm, so that they present different results regarding the stresses, deformations and displacements of the structures. This paper evaluated structural aspects of the slabs of the standard floor of a collective housing composed of fifteen standard floors, considering two different numerical analyzes (grid and finite element method, MEF), using the software SAP2000 V14® and Eberick V8®, respectively. The maximum positive and negative moments, maximum displacements, processing time and number of nodes generated were evaluated in order to subsequently make the quantitative and qualitative comparison between the methods, as well as the budgets from each dimensioning. Regarding the results obtained, the gain and computational time between the methods used were not very significant, however, the MEF provided smaller quantities, with a significant reduction in steel for the slabs. Thus, although structural safety has been evaluated and achieved for both methods used, the article shows that the FEM is preferable to the grid method, considering mainly the cost reduction provided for the project used in the case study.*

**Key-words:** Reinforced concrete; Structural analysis; Computational analysis; Modeling.

## 1 Introdução

Para o dimensionamento de lajes em concreto armado, é bastante comum a utilização de métodos numéricos, como o Método dos Elementos Finitos (MEF) e Método das Grelhas. Identificar e escolher qual método utilizar, considerando a segurança necessária para o empreendimento, aspectos econômicos e a avaliação estrutural, são desafios para Engenharia Estrutural e Construção Civil. A comparação entre os diferentes recursos pode indicar suas melhores aplicações e identificar suas vantagens e desafios. A utilização desses mecanismos em programas computacionais, com recursos e matrizes numéricas cada vez mais avançada, tem se tornado tendência e vem sendo bastante utilizado entre engenheiros, mesmo que esses não tenham experiência para uma avaliação completa dos resultados diferentes proporcionados pelos vários métodos para uma mesma estrutura.

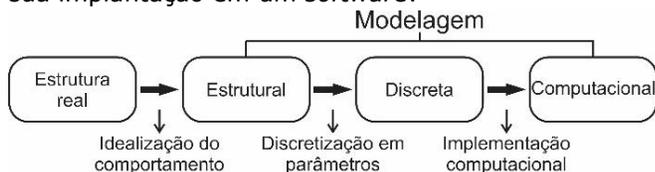
Dependendo do *software*, as diferentes metodologias de cálculo apresentam resultados que se diferem, não havendo consenso de qual a melhor maneira de se modelar a estrutura. Poucos têm a oportunidade de trabalhar com profissionais experientes, e poucos são os profissionais que avaliam diferentes métodos de dimensionamento em seus projetos, tomando uma decisão embasada acerca da estrutura que tem seu comportamento mais bem representado. Assim, estudos que subsidiem análise de diferentes formas de cálculo para dimensionamento estrutural e avaliação dos resultados são importantes.

Assim, o presente artigo busca comparar a utilização do método das grelhas e MEF, os quais são utilizados respectivamente nos *softwares*: Eberick V8® e SAP2000 V14®, aplicados a um estudo de caso que contempla uma edificação residencial de 15 pavimentos. Os carregamentos, materiais, combinações e demais parâmetros utilizados no estudo de caso foram pautados conforme a Norma Regulamentadora NBR 6.118/2014 [1]. Os resultados de saída avaliados foram: momentos fletores positivos e negativos máximos das lajes, flechas máximas das lajes, tempo de processamento em cada *software* para estrutura modelada e o número de nós gerado em cada método.

## 2 Fundamentação Teórica

A análise estrutural de uma construção ou de seus elementos corresponde à fase de idealização do comportamento estrutural, onde são considerados aspectos como: tensões, deformações e deslocamentos da estrutura [2]. É nessa fase que há a determinação dos esforços internos e externos, dos deslocamentos verticais e horizontais e da deformação do conjunto estrutural a ser dimensionado. Martha [2] relata que a análise estrutural moderna trabalha com quatro níveis de abstração (Figura 1), sendo o primeiro nível correspondente à estrutura física, o segundo nível corresponde ao modelo estrutural, ou seja, a estrutura real acrescida da idealização de seu comportamento, o terceiro nível corresponde ao

modelo discreto utilizado e os diversos parâmetros do modelo estrutural, e o quarto nível que representa o modelo computacional, isto é, o modelo discreto que será convertido em modelo computacional através de sua implantação em um *software*.



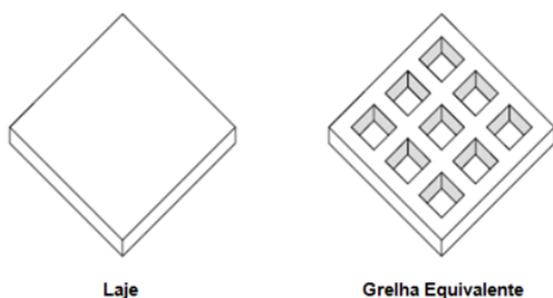
**Figura 1:** Níveis de abstração referentes a análise estrutural.

Fonte: adaptado de Martha [2].

Atualmente, com o avanço de técnicas matemáticas e computacionais, há uma melhor compreensão das estruturas, evitando superdimensionamento e reduzindo os custos associados. Dentre as técnicas computacionais mais utilizadas para resolução de problemas estruturais associados às lajes, destacam-se os métodos das grelhas e elementos finitos (MEF).

## 2.1 Método das grelhas

O método das grelhas consiste na substituição do elemento laje por vigas nos sentidos verticais e horizontais, encontrando-se perpendicularmente, formando uma grelha (Figura 2), de modo que os esforços e os deslocamentos da laje são determinados a partir desse conjunto de vigas [3].



**Figura 2:** Esquema do método das grelhas – laje e grelha equivalente.

Fonte: Santos (2010).

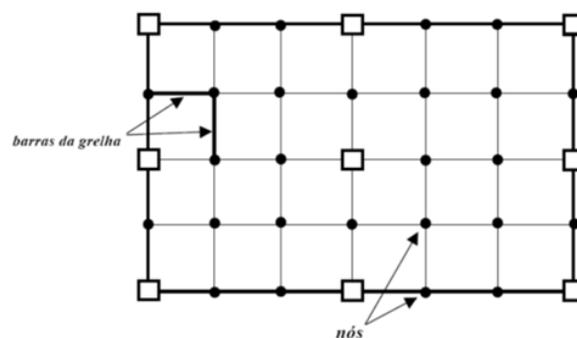
Essa técnica foi inicialmente idealizada por Marcus [4], que não dispunha na época de recursos computacionais avançados e buscava um processo aproximado para dimensionamento de lajes. Em 1959, percebendo que as análises de grelhas e

pórticos planos pelo método dos deslocamentos eram bastante parecidas, Lightfoot e Sawko [5] adaptaram um algoritmo computacional para cálculo de pórtico plano usando o método das grelhas.

Segundo Hambly [6], um painel de laje é estruturalmente contínuo nas duas dimensões do plano da laje, de modo que as cargas aplicadas são equilibradas por uma distribuição bidimensional de esforços cortantes, momentos fletores e de torção. Como a solução rigorosa das equações diferenciais raramente é possível, um procedimento aproximado pode ser usado, a analogia de grelha, na qual o painel de lajes é representado para fins de análise por uma grelha bidimensional de vigas. Os avanços significativos realizados pelos programas de analogia de grelha nos últimos anos tornam esse procedimento mais versátil, rápido, e simples de compreender do que os demais [7,8,9].

Para a análise da grelha de forma completa, é fundamental que sejam determinados os números de nós e barras (Figura 3) [10]. Não existe uma regra clara para o espaçamento entre as barras. Quanto menor o espaçamento, maior a probabilidade da representação real do comportamento estrutural.

Vale ressaltar que no método das grelhas as cargas são distribuídas linearmente ao longo das vigas ( $\text{kN m}^{-1}$ ) enquanto que no MEF as cargas são bidimensionais ( $\text{kN m}^{-2}$ ), posteriormente linearizadas pelo *software*.



**Figura 3:** Barras e nós em uma laje hipotética.

Fonte: Hennrichs (2003).

O processo de analogia de grelha vem sendo muito empregado em programas computacionais de análise de estruturas de concreto armado, como o Eberick, com grande aceitação no meio profissional. Esse processo fornece ao projetista subsídio para a escolha do modelo estrutural que

**DOI: 10.25286/repa.v6i1.1431**

melhor ajusta à situação real, permitindo a análise de um mesmo pavimento sob diferentes situações, possibilitando adaptações em um mesmo conjunto de dados.

Na Engenharia Civil, o método das grelhas pode ser utilizado para os diversos tipos de lajes, como em Cavalcanti e Horowitz [11] que aplicou o método para verificação de flexão em um tabuleiro de ponte sujeita à protensão.

## 2.2 Método dos Elementos Finitos (MEF)

O MEF é normalmente utilizado para solucionar problemas que envolvem e necessitam resolver Equações Diferenciais Parciais (EDP) amplamente necessárias em Engenharia Estrutural [12,13,14,15], viabilizando também outros tipos de análises como: térmicas, acústicas, dinâmica, eletromagnética e de fluidos. Em problemas estruturais, a solução pelo MEF é encontrada após discretização da estrutura em várias regiões geometricamente delimitadas por nós. Essas regiões podem assumir diversas formas, como: triângulos, retângulos ou outras estruturas não lineares. Para cada região discretizado do problema é obtido uma solução numérica. O processo numérico utilizado para resolução de problemas estruturais é detalhado por Azevedo [16].

Pesquisas utilizando MEF são amplamente desenvolvidas, sobretudo para resolução de problemas não lineares. O grupo de pesquisa de Greco [12] estudou a utilização de aplicações não lineares, utilizando o MEF, para treliças espaciais, aplicando o método para quatro situações [10]. A comparação entre resultados obtidos por MEF e métodos já consolidados, também são amplamente estudados, como em Junges e Rovere [17] que comparou os resultados de flechas em vigas obtidos pelo MEF e métodos normatizados.

## 3 Estudo de Caso

O edifício considerado no estudo de caso é constituído por pavimento térreo, treze pavimentos tipos e cobertura, totalizando quinze pavimentos. As principais considerações e características do projeto arquitetônico são descritos na Tabela 1.

**Tabela 1:** Principais características do edifício local de estudo.

<b>Destinação da edificação</b>	<b>Residencial multifamiliar</b>
<b>Tipo de estrutura</b>	<b>Concreto armado</b>
<b>Número de pavimentos</b>	Quinze (15)
<b>Área construída (m<sup>2</sup>)</b>	23.379,60 m <sup>2</sup>
<b>Altura total (m)</b>	47,00 m
<b>Pé-direito do pavimento tipo (m)</b>	2,88 m

O sistema estrutural do edifício é composto por elementos de concreto armado e todas características dos materiais empregados estão apresentadas na Tabela 2.

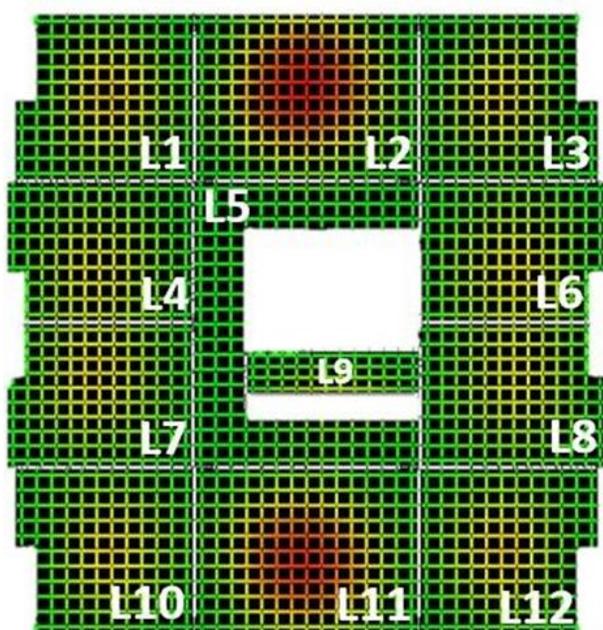
**Tabela 2:** Propriedades dos materiais empregados na análise estrutural.

Propriedades do concreto classe C35 ou 35 MPa	
Resistência à compressão	
Resistência característica ( $f_{ck}$ )	35,00 MPa
Coefficiente de minoração ( $\gamma_c$ )	1,4
Resistência de cálculo ( $f_{cd}$ )	25,00 MPa
Características do concreto	
Peso específico	25,00 kN m <sup>-3</sup>
Módulo de elasticidade (a partir do $f_{ck}$ )	
Módulo de elasticidade inicial ( $E_{ci}$ )	33 GPa
Módulo de elasticidade secante ( $E_{cs}$ )	29 GPa
Resistência a tração (a partir do $f_{ck}$ )	
Resistência média ( $f_{ctm}$ )	3,21 MPa
Resistência característica inferior ( $f_{ctk, inf}$ )	2,25 MPa
Resistência característica superior ( $f_{ctk, sup}$ )	4,17 MPa
Resistência de cálculo ( $f_{ctd}$ )	1,60 MPa
Propriedades do aço classe CA50 ou 500 MPa	
Resistência característica de escoamento ( $f_y$ )	500 MPa
Coefficiente de minoração ( $\gamma_{aco}$ )	1,15
Resistência de cálculo ( $f_{vd}$ )	434,78 MPa
Limite de resistência ( $f_{st}$ )	478,26 MPa
Propriedades do aço classe CA60 ou 600 MPa	
Resistência característica de escoamento ( $f_y$ )	600 MPa
Coefficiente de minoração ( $\gamma_{aco}$ )	1,15
Resistência de cálculo ( $f_{vd}$ )	521,74 MPa
Limite de resistência ( $f_{st}$ )	573,97 MPa
Coefficiente de minoração ( $\gamma_{aco}$ )	1,15
Resistência de cálculo ( $f_{vd}$ )	521,74 MPa
Limite de resistência ( $f_{st}$ )	573,97 MPa

As Figuras 4 e 5 ilustram a arquitetura do pavimento tipo do empreendimento em estudo, evidenciando a formatação e disposição das lajes para modelagem e dimensionamento, respectivamente.



**Figura 4:** Planta baixa e layout do pavimento tipo elaborado no software Revit®. Fonte: Autoria própria.



**Figura 5:** Esquema das lajes do pavimento tipo implementado no software Eberick V8®. Fonte: Autoria própria.

Na Tabela 3 são relatadas as cargas acidentais e permanentes consideradas, considerando as recomendações da Norma Regulamentadora NBR 6.120/2019 [18].

**Tabela 3:** Levantamento das cargas acidentais e permanentes conforme projeto arquitetônico (NBR 6.120/2019 [18]).

Tipo de edificação	Tipo de carga	Ambiente	Carga (kN m <sup>-2</sup> )
Edifício residencial	Acidental	Dormitórios, sala, copa, cozinha e banheiro	1,50
		Dispensa, área de serviço e lavanderia	2,00
		Corredor com acesso ao público	3,00
Edifício residencial	Permanente	Argamassa	0,63
		Argamassa em gesso	0,25
		Porcelanato	0,15

## 4 Metodologia

Inicialmente, o projeto arquitetônico foi analisado e realizou-se a contabilização dos ambientes, elementos estruturais e materiais utilizados a fim de fazer o levantamento das cargas solicitantes para o dimensionamento das lajes, conforme preconiza a NBR 6.120/2019 [18].

Para o cálculo da composição da carga das alvenarias, foram consideradas espessura de 15 cm, densidade aparente de 13,0 kN m<sup>-3</sup> e pé-direito do pavimento tipo de 2,88 m (conforme projeto arquitetônico).

A NBR 6.118/2014, item 11.8, recomenda que as combinações dos esforços devem contemplar a situação mais desfavorável na estrutura para o estado limite último (ELU) e o estado limite de serviço (ELS) [1]. Assim, foram consideradas todas as ações atuantes no elemento estrutural laje: ação decorrente do peso próprio e carga adicional (ação permanente), ação acidental, bem como os coeficientes de ponderação e fatores de combinação (Tabela 4), de modo que obteve-se as combinações de cargas atuantes (Tabela 5).

**Tabela 4:** Tipologia, coeficiente e fatores de combinação dos carregamentos empregados na análise estrutural.

Tipo	Ação	Indicação	Coeficiente de ponderação		Fatores de combinação		
			Favorável	Desfavorável	$\gamma_0$	$\gamma_1$	$\gamma_2$
Permanente	Peso próprio	PP	1	1,3 <sup>1</sup>	1	1	1
Permanente	Adicional	PERM	1	1,4	1	1	1
Acidental	Adicional	SC	0	1,4	0,5	0,4	0,3

<sup>1</sup> Para cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.

**Tabela 5:** Combinação de ações para o ELU.

Combinação	Ações constituintes
Combinação 1	1,3PP + 1,4PERM
Combinação 2	1,3PP + 1,4PERM + 0,98SC
Combinação 3	1,3PP + 1,4PERM + 1,4SC

Em se tratando de projeto de edificação residencial, recomenda-se a utilização de fatores de combinação menores, tendo em vista ser um local onde não há grande presença de peso de equipamentos, porém, nesse trabalho, optou-se por utilizar valores maiores, conforme apresentado na Tabela 4. As combinações e ações foram inseridas como dados de entrada nos *softwares*, de forma que, após o processamento da estrutura, a combinação mais desfavorável foi considerada para a estrutura a partir das possibilidades de combinação apresentadas na Tabela 5.

Após realizado o levantamento das cargas impostas e informações necessárias para o pré-dimensionamento das peças, toda estrutura de concreto armado foi analisada nos *softwares* Eberick V8® e SAP2000 V14® com a finalidade de dimensionar as peças, sendo que o primeiro utiliza o método das grelhas, enquanto que o segundo utiliza o MEF. Em ambos programas utilizou-se os mesmos parâmetros de contorno, cargas solicitantes, materiais constituintes, combinações e o coeficiente de Poisson de 0,2. As análises foram lineares. Para o MEF, as lajes foram discretizadas em quadrados e foram gerados 3498 nós. Para o método das grelhas foram utilizados 2012 nós.

As condições de contorno empregadas na interface laje-viga foram do tipo engastadas. As vigas conectaram-se com outras vigas e pilares através do engastamento da peça, havendo transferência de momentos e esforços.

Para possibilitar a comparação entre os métodos, buscou-se avaliar os seguintes parâmetros, de forma quantitativa, qualitativa e orçamentária:

- momentos positivos e negativos máximos das lajes;
- flechas máximas das lajes, de forma percentual;
- tempo de processamento da estrutura;
- número de nós gerados por cada *software*.

A variação de temperatura foi desconsiderada no processamento de dimensionamento da estrutura.

Para análise das deformações, foi considerado o Estado Limite de Serviço (ELS), estado em que a estrutura possui condições adequadas de segurança, funcionalidade e durabilidade, comparando os valores admissíveis com os valores de deformações obtidos. A flecha máxima, também chamada de deslocamento-limite, foi o parâmetro de deslocabilidade adotado e o seu valor limite foi considerado a partir da aceitabilidade sensorial – definida como o limite para ocorrência de vibrações indesejáveis e efeito visual desagradável, conforme a NBR 6.118/2014 [1]. Na situação apresentada, a NBR 6.118/2014 [1] estabelece que o valor limite das flechas deverá ser de  $l/250$ , sendo  $l$  a maior dimensão da laje.

Para análise dos custos foi utilizado o parâmetro de taxa de aço, tanto para armaduras positivas quanto negativas de cada laje. O custo de concretagem não foi incluído no cálculo, tendo em vista seu baixo impacto comparado as armaduras de aço. Para o cálculo da taxa de armadura foram utilizadas as Equações 1 a 5 [1]:

$$A_s = \frac{M_d}{z * f_{yd}} \quad (1)$$

$$z = d - 0,4 * x \quad (2)$$

$$x = \frac{0,68 \pm \sqrt{(0,68d)^2 - 4 * 0,272 * \left( \frac{M_d}{b_w * f_{cd}} \right)}}{0,544} \quad (3)$$

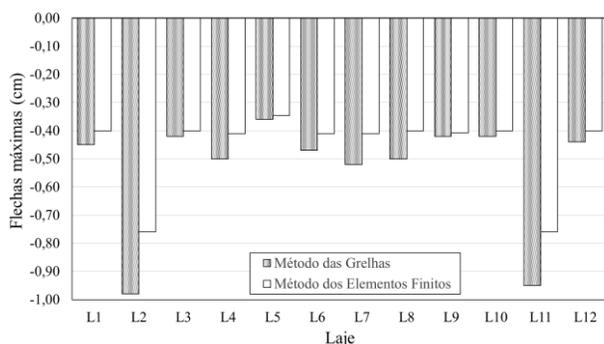
em que:  $A_s$  é a área do aço [L<sup>2</sup>],  $M_d$  é o momento fletor de cálculo [FL],  $z$  é o braço de alavanca [L],  $f_{yd}$  é a resistência a tração do aço reduzido da minoração normativa [FL<sup>-2</sup>],  $d$  é altura útil da peça [L],  $x$  é a posição da linha neutra [L],  $b_w$  é base da seção transversal da laje,  $f_{cd}$  é a resistência à compressão do concreto reduzido da minoração normativa [FL<sup>-2</sup>].

## 5 Resultados

### 5.1 Flechas máximas

Na Figura 6 são apresentados os resultados de flechas máximas obtidas pelos métodos das grelhas e elementos finitos, que foram utilizados para as lajes dimensionadas (L1 a L12). Nas combinações de entrada inseridas em ambos *softwares*, nota-se que foram desprezadas as ações quase permanentes,

ações variáveis de longa duração que podem atuar em pelo menos metade da vida útil da estrutura. Portanto, as flechas calculadas foram do tipo imediata, uma vez que estas não contemplam ações quase permanentes, além da fluência do concreto. Quanto a fissuração, no método das grelhas houve consideração, porém no MEF a fissuração da peça não foi considerada diretamente, ocorrendo através da diminuição do valor de módulo de elasticidade  $E_{cs}$ . Os maiores valores de flecha máxima foram encontrados nas lajes L2 e L11, ambas simétricas. Esse fato se deve aos maiores vãos existentes nessas lajes, ressaltando que nenhuma dos valores de flechas foram superiores aos prescritos na NBR 6.118/2014 [1].



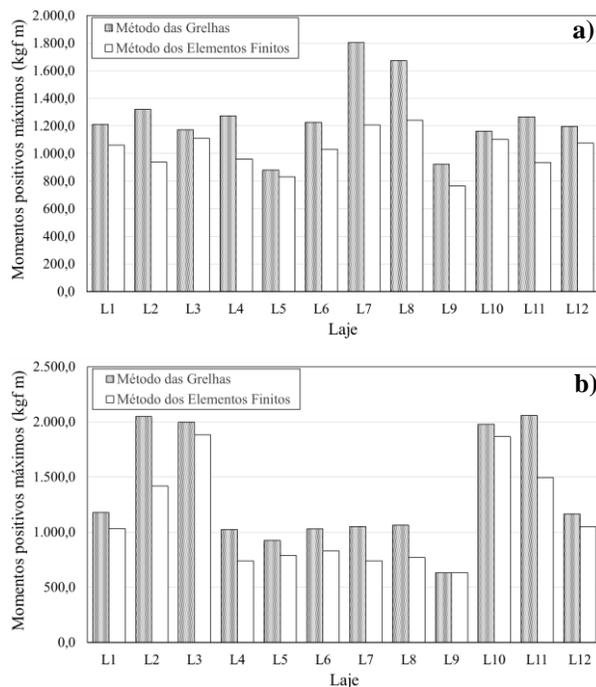
**Figura 6:** Flechas máximas para cada laje e método (software) de dimensionamento. Fonte: Autoria própria.

Os resultados sobre as flechas máximas sugerem que o Eberick V8® possui um modelo bem adaptado para concreto armado, em virtude da redistribuição dos esforços e consideração, de forma direta, da fissuração do concreto na flecha, obtendo, assim, valores maiores para o método das grelhas, em comparação ao MEF.

Observa-se que, lajes com menores dimensões tendem a apresentar as mesmas flechas máximas considerando os dois métodos utilizados (Figuras 5 e 6). Percebe-se, também, que o aumento na dimensão das lajes tende a ser acompanhado pelo aumento na diferença dos resultados, mostrando uma influência dessa variável sobre os resultados obtidos entre os dois métodos.

## 5.2 Momentos fletores

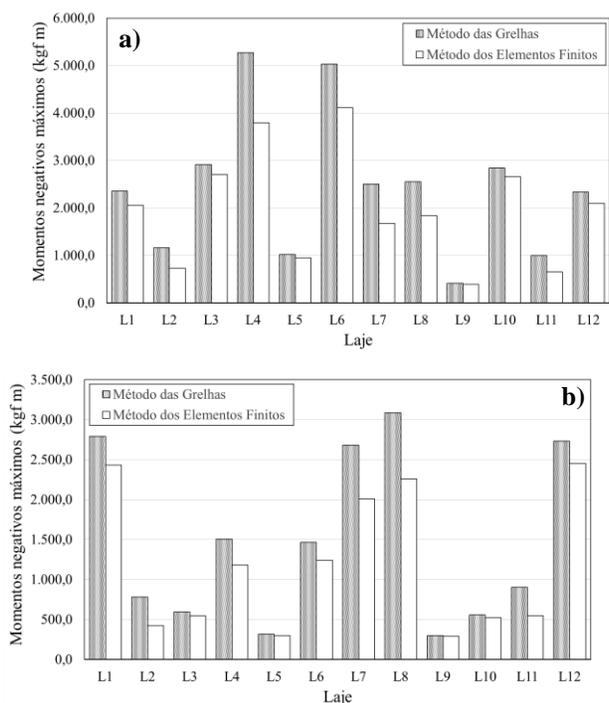
A Figura 7 ilustra os valores dos momentos fletores máximos positivos na direção horizontal (x) e vertical (y), atuantes nas lajes L1 até L12.



**Figura 7:** Momentos máximos positivos a) direção horizontal; b) direção vertical. Fonte: Autoria própria.

Na Figura 7a, percebe-se que nas lajes L3, L5 e L10, os valores de momentos máximos positivos na direção horizontal obtidos pelos dois métodos foram próximos (proximidade entre a disposição da grelha e malha de elementos finitos). Isso pode estar associado ao fato de que, essas três lajes delimitam um eixo de simetria na direção horizontal diagonal do pavimento, além de que, esses menores deslocamentos das lajes L3 e L10 se deve a presença de pilares nos quatro cantos, haja visto que foram simplesmente apoiados. Já na Figura 7b, percebe-se que os maiores valores de momento máximo positivo vertical ocorrem nas lajes L2, L3, L10 e L11, ambas com maiores vãos e localizadas nas extremidades do pavimento.

A Figura 8 apresenta os valores de momentos máximos negativos na direção horizontal (x) e vertical (y).



**Figura 8:** Momentos máximos negativos a) direção horizontal; b) direção vertical.

Fonte: Autoria própria.

Na Figura 8a, percebe-se que os maiores valores de momento negativo no sentido horizontal ficaram concentrados nas lajes L4, L6, L7 e L8, pertencentes à porção central do pavimento. Esse fato se deve, pois, essas lajes não possuem pilares em todos os cantos alterando a distribuição de inércia do pavimento.

Durante o processamento e análise dos resultados apresentados na Figuras 8, percebe-se que os momentos fletores negativos mais representativos correspondem aos esforços provenientes da geometria irregular da laje situados nos limites dos elementos estruturais. Devido ao mapeamento nodal realizado pelo MEF, o excesso de esforço devido aos momentos foram reduzidos, tendo em vista a melhor discretização do pavimento, enquanto que o elemento grelha realiza ponderações a favor da segurança, majorando os esforços.

### 5.3 Análise qualitativa

A análise qualitativa visa comparar os parâmetros relevantes considerados não técnicos mais que podem impactar diretamente na performance e velocidade de desenvolvimento do projeto, além de destacar as vantagens e desvantagens mais significantes de cada

método e *software* utilizado. Na Tabela 6 são apresentados esses resultados qualitativos, destacando maior número de nós e tempo de processamento para o MEF, enquanto a Tabela 7 lista as vantagens e desvantagens de cada método.

**Tabela 6:** Número de nós gerados e tempo de processamento para cada método (*software*) utilizado.

	<b>Método das Grelhas</b>	<b>Método dos Elementos Finitos</b>
Tempo de processamento	00:06:09	00:13:10
Número de nós	2012	3498

**Tabela 7:** Considerações sobre os métodos utilizados.

<b>Método das Grelhas</b>		<b>Método dos Elementos Finitos</b>	
<b>Vantagem</b>	<b>Desvantagem</b>	<b>Vantagem</b>	<b>Desvantagem</b>
Não exige hardware avançado para processamento	O cálculo dos esforços e flechas é realizado nas barras	A malha refinada minimiza esforços residuais ou esforços não condizentes com o real comportamento da estrutura, por exemplo: momento mais condizente com o comportamento real	Número de nós superior ao proposto pelo método das grelhas, o que exige processamento mais avançado
Resultados satisfatórios em estruturas regulares	As cargas são aplicadas somente nas barras	O cálculo dos esforços e flechas são realizados nos nodais	Tempo elevado de processamento devido a malha mais refinada
Dimensionamento a favor da segurança	-	Os vetores de carga são nodais	-

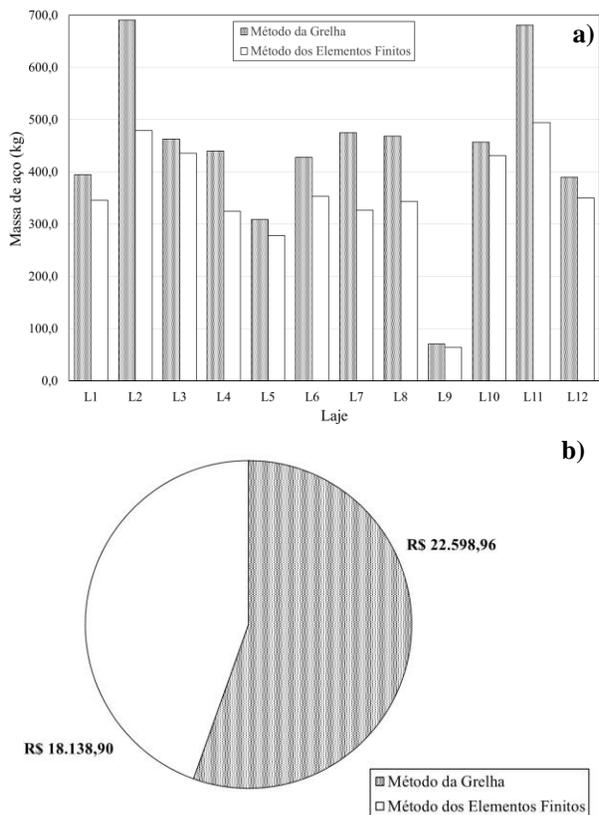
O equipamento utilizado para as análises foi um notebook dotado de: processador Intel® Core™ i7-7500U, CPU @2.70GHz 2.90GHz, 8.00GB memória RAM e placa de vídeo NVIDIA® GEFORCE 940MX.

Percebe-se que a utilização do método das grelhas dispense um menor custo computacional e número de nós, conseqüentemente, demandando um menor tempo de processamento. Entretanto, através dos resultados discutidos na seção 5.1 e 5.2, percebe-se que esse baixo custo computacional pode estar associado pela menor discretização adotada para os domínios, influenciando a distribuição dos esforços solicitantes e conseqüentemente, majoração das peças estruturais. Já o MEF, demandou maior gasto computacional, porém, com maior refinamento nos resultados do ponto de vista econômico.

### 5.4 Análise dos custos das armações

Na Figura 9a é apresentado o consumo de aço, em massa total, necessário para execução das lajes e a Figura 9b o comparativo de custo dessas armações por pavimento para cada método utilizado. A base de dados de preço das composições de custo e insumos

utilizadas para quantificar o custo total foi a do Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil (SINAPI), tendo como data base o mês de março, ano 2020, desonerado.



**Figura 9:** Quantitativo do aço e custos associados a cada método utilizado a) massa de aço para cada laje; b) custo de armadura das lajes por pavimento, considerado base dados SINAPI 03/2020, desonerado.

Fonte: Autoria própria.

Na Figura 9a, percebe-se que, para todas as lajes apresentadas, houve um menor consumo de aço necessário quando considerado o MEF, em comparação ao método das grelhas. A Figura 9b reforça a afirmação anterior em termo de custos pois percebe-se uma redução de mais de 19% entre o MEF e o método das grelhas, gerando uma economia de aproximadamente R\$ 4.460,06 por pavimento, ou R\$ 66.900,90 para a edificação total. Além dos custos com o aço serem menores, o MEF apresentou valores de momentos e flechas inferiores em relação à análise por grelhas. Resultados semelhantes foram obtidos por Lorenci [19], que em seus estudos obteve a utilização de quantidades menores de aço em comparação com métodos simplificados de normas,

evidenciando que o MEF é um método de dimensionamento menos conservador.

A economia gerada pela comparação entre os dois diferentes métodos utilizados para o dimensionamento das peças estruturais não impactará na segurança e durabilidade do empreendimento, ressaltando que ambos os métodos levam em consideração o estado último de serviço e o estado limite último. Apesar do MEF requerer um maior tempo de processamento para o dimensionamento estrutural, neste caso, aproximadamente sete minutos a mais (Tabela 6), do ponto de vista dos ganhos econômicos, houve significativa redução de custo (Figura 9).

## 6 Conclusões

Percebe-se que os valores obtidos através do método das grelhas, seja os deslocamento ou momentos fletores, foram superiores em relação ao método dos elementos finitos, demonstrando ser um pouco mais conservador para o dimensionamento estrutural de concreto armado quando comparado ao método dos elementos finitos (MEF). Apesar de sua praticidade de execução e não exigência de grande custos computacionais, as peças estruturais dimensionadas pelo método das grelhas tiveram os custos mais elevados associados aos maiores valores de cargas obtido pelo método.

Considerando que a laje é o elemento estrutural que mais demanda aço em uma obra, conforme relata Jablonski [20], uma significativa redução na quantidade de aço gera grande impacto no orçamento de uma edificação, corroborada pela proporcionalidade à quantidade de pavimentos.

O MEF tem se mostrado uma excelente alternativa para projetos estruturais de concreto armado, com maior potencial de detalhamento e refinamento da malha de elementos finitos para as peças estruturais em relação aos métodos tradicionais, consolidados e normatizados.

Pode-se concluir com esse estudo que, o MEF mostrou ser eficiente para o dimensionamento de lajes, sobretudo para edificações de múltiplos pavimentos, principalmente no que diz respeito a quantidade de aço necessária e segura, conseqüentemente, menores custos associados a esse material.

Recomenda-se que *softwares* que possuem o método das grelhas em sua base sejam aplicados e direcionados para as pequenas edificações, com menores vãos e complexidade, onde não há tanta repetibilidade e quantidade de ligações e peças estruturais, sendo seu uso confiável e seguro da mesma forma que *softwares* que utilizam o MEF.

## Referências

- [1] ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118:2014 – Projeto de Estruturas de Concreto Armado - Procedimento, Rio de Janeiro, RJ, 2014.
- [2] MARTHA, L. F. *Métodos Básicos da Análise de Estruturas*. Rio de Janeiro: PUC - Rio, 2007. 312 p.
- [3] SANTOS, L. F. C. *Comparação de Modelos de Grelha e de Elementos Finitos de Laje na Modelação de Estruturas de Edifícios de Betão Armado*: Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil. [S.L.: s.n.], 2010.
- [4] STRAMANDINOLI, J. S. B. *Contribuições à Análise de Lajes Nervuradas por Analogia de Grelha*: Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), 2003.
- [5] LIGHTFOOT, E.; SAWKO, F. *Structural frame analysis by electronic computer: grid frameworks resolved by generalized slope deflection*. [S.L.: s.n.], 1959.
- [6] HAMBLY, E. C. *Bridge deck behavior*. London, Chapman and Hall: [s.n.], 1976.
- [7] STRAMANDINOLI, J. S. B.; LORIGGIO, D. D. Estudo da rigidez à torção para a aplicação do processo de analogia de grelha em lajes maciças. In: *V Simpósio EPUSP sobre estruturas de concreto*, v. 88040, p. 900, 2003.
- [8] DÓRIA, L. E. S.; LIMA, F. B. Análise de fundação tipo radier empregando o modelo de analogia de grelha. In: *Congresso Brasileiro do Concreto*, p. 15, 2008.
- [9] CARLESSO, G. C.; FOLLETO, E. P.; SILVA, V. O. *Utilização da analogia de grelha para análise de lajes maciças em concreto armado*. Seminário de Iniciação Científica, Seminário Integrado de Ensino, Pesquisa e Extensão e Mostra Universitária, 2019.
- [10] HENNRICHS, C. A. *Estudos Sobre Modelagem de Lajes Planas de Concreto Armado*. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), 2003.
- [11] CAVALCANTI, M. B.; HOROWITZ, B. Modelos de verificação à flexão de estruturas protendidas. *Rev. IBRACON Estrut. Mater.*, São Paulo, v. 1, n. 4, p. 331-364, Dec. 2008. <https://doi.org/10.1590/S198341952008000400002>.
- [12] GRECO, M.; GESUALDO, F. A. R.; VENTURINI, W. S.; CODA, H. B. Nonlinear positional formulation for space truss analysis. *Finite elements in analysis and design*, v. 42, n. 12, p. 1079-1086, 2006.
- [13] STRAMANDINOLI, R. S. B.; ROVERE, H. L. Modelo de elementos finitos para análise não linear de vigas e pórticos planos de concreto armado. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, v. 10, n. 2, p. 386-414, 2017.
- [14] WANG, Y.; LU, Y. J.; SI, C. D.; SUN, T. C. Finite element analysis for rutting prediction of asphalt concrete pavement under moving wheel load. *International Journal of Simulation Modelling*, v. 16, n. 2, p. 229-240, 2017.
- [15] LIU, Y.; XIAO, H.; YAO, K.; HU, J.; WEI, H. Rock-soil slope stability analysis by two-phase random media and finite elements. *Geoscience Frontiers*, v. 9, n. 6, p. 1649-1655, 2018.
- [16] AZEVEDO, A. N. *Método dos Elementos Finitos*. 1 ed. Portugal: Faculdade de Engenharia da Universidade de Porto, 2003.
- [17] JUNGES, E.; ROVERE, H. L. Comparação entre modelos simplificados e de elementos finitos para flecha imediata em vigas contínuas de

concreto armado. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, v. 10, n. 2, p. 415-450, 2017.

**[18]** ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6120:2019 – Cargas para Cálculo de Estruturas de Edificações - Procedimento, Rio de Janeiro, RJ, 1980

**[19]** LORENCI, G. V. S. *Lajes lisas protendidas: comparação dos métodos de dimensionamento à flexão*. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil). Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), 2010.

**[20]** JABLONSKI, L. *Índices e Taxas de Consumo de Materiais em Função da Tipologia Estrutural*. Trabalho de Conclusão de Curso de Engenharia Civil. Alegrete: Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA), 2013.